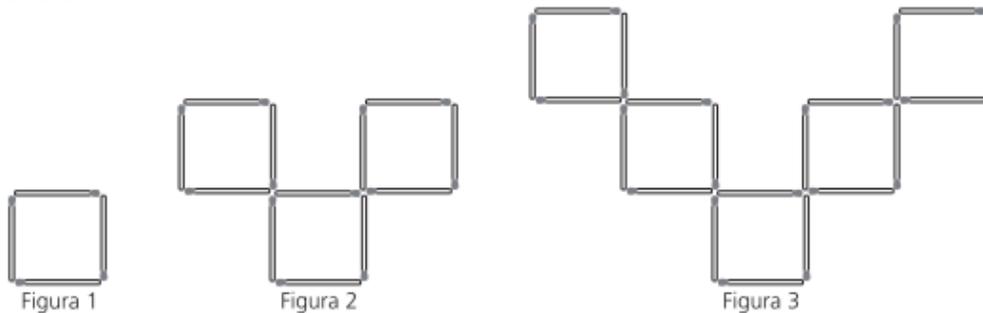


Descomplica para os fortes

UNICAMP – 2008

01.

Considere a sucessão de figuras apresentada a seguir. Observe que cada figura é formada por um conjunto de palitos de fósforo.



a)

Suponha que essas figuras representem os três primeiros termos de uma sucessão de figuras que seguem a mesma lei de formação. Suponha também que F_1 , F_2 e F_3 indiquem, respectivamente, o número de palitos usados para produzir as figuras 1, 2 e 3, e que o número de fósforos utilizados para formar a figura n seja F_n . Calcule F_{10} e escreva a expressão geral de F_n .

b)

Determine o número de fósforos necessários para que seja possível exibir concomitantemente todas as primeiras 50 figuras.

Resposta: a) $F_{10} = 76$ e $F_n = 8n - 4$.

b) 10000.

02.

A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R_B = 12 + \log_{10} I$, em que R_B é a medida do ruído, em bels, e I é a intensidade sonora, em W/m^2 . No Brasil, a unidade mais usada para medir ruídos é o decibel, que equivale a um décimo do bel. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a 160 decibéis, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 decibéis, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.

a)

Escreva uma fórmula que relacione a medida do ruído R_{dB} , em decibéis, com a intensidade sonora I , em W/m^2 . Empregue essa fórmula para determinar a intensidade sonora máxima que o ouvido humano suporta sem sofrer qualquer dano.

b)

Usando a fórmula dada no enunciado ou aquela que você obteve no item (a), calcule a razão entre as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

Resposta: a) $I = 10^{-4} W/m^2$.

b) $R = I_{avião}/I_{esquina} = 10^4/10^{-4} = 10^8$.

03.

Sejam dadas as funções $f(x) = px$ e $g(x) = 2x + 5$, em que p é um parâmetro real.

a)

Supondo que $p = -5$, determine para quais valores reais de x tem-se $f(x).g(x) < 0$.

b)

Determine para quais valores de p temos $g(x) \leq f(x)$ para todo $x \in [-8, -1]$.

Resposta: a) $(-\infty, -5/2) \cup (0, \infty)$. b) $p \leq -3$.

04.

Uma matriz real quadrada P é dita ortogonal se $P^T = P^{-1}$, ou seja, se sua transposta é igual a sua inversa.

a)

Considere a matriz P abaixo. Determine os valores de a e b para que P seja ortogonal. Dica: você pode usar o fato de que $P^{-1}P = I$, em que I é a matriz identidade.

$$P = \begin{bmatrix} -1/3 & -2/3 & -2/3 \\ -2/3 & a & -1/3 \\ -2/3 & b & 2/3 \end{bmatrix}$$

b)

Uma certa matriz A pode ser escrita na forma $A = QR$, sendo Q e R as matrizes abaixo. Sabendo que Q é ortogonal, determine a solução do sistema $Ax = b$, para o vetor b dado, **sem obter explicitamente a matriz A** . Dica: lembre-se de que $x = A^{-1}b$.

$$Q = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 1/2 & -1/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resposta: a) $a = 2/3$ e $b = -1/3$. b) $x = [1 \ 1 \ -4]^T$.